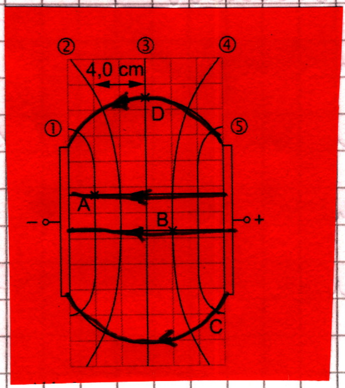
Abitur 2015 – Aufgabe M-1

1 a)



$\varphi_A = 3{,}0\,V$ $\qquad$ $\varphi_- = 0\,V$

$\varphi_B = 12{,}0\,V$

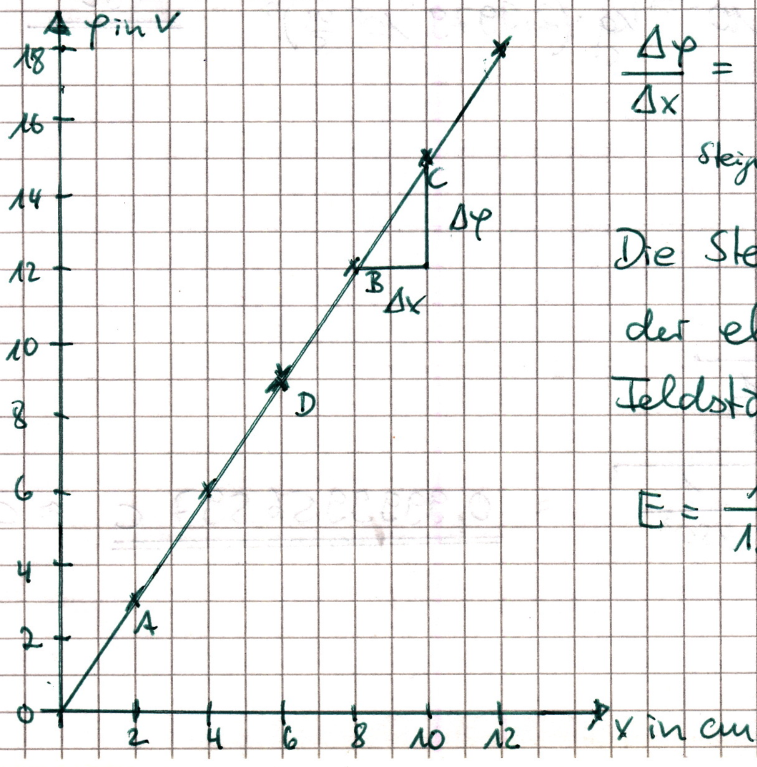
b) ges: φ_C, φ_D, U_0

aus dem homogenen Bereich lässt sich ablesen, dass die Potenzialdifferenz zwischen zwei der eingezeichneten Potenziallinien 3 V beträgt. (Zwischen A und B liegen 3 Linien und 9 V Differenz.)

$\rightarrow$ $\underline{\underline{\varphi_D = 9{,}0\,V}}$ und $\varphi_C = \underline{\underline{15{,}0\,V}}$

$\underline{\underline{U_0 = 18{,}0\,V}}$

c)



$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta x} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Steigung}}}{m} = \frac{U_0}{d} = E$$

Die Steigung entspricht der elektrischen Feldstärke.

$$E = \frac{18\,V}{12\,cm} = 1{,}5\,\frac{V}{cm} = \underline{\underline{150\,\frac{V}{m}}}$$

d) Um mit der Potenzialsonde die Feldstärke E an einem Punkt zu bestimmen, bewegt man die Sonde entlang der Feldlinie ein wenig hin und her (Δs). Dabei schwankt der Messwert um $\Delta\varphi$. Die Feldstärke E ist dann näherungsweise

$$E(P) = \left|\frac{\Delta\varphi}{\Delta s}\right|$$

2) geg.: $E_{min} = 0{,}450\ \text{TeV}$ Protonen

$\Delta t = 20{,}0\ \text{min}$

$E_{max} = 4{,}00\ \text{TeV}$

$r = 4{,}24\ \text{km}$

a) z.z. $\gamma = 480$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad |^2$$

$$E_{min} = mc^2 = \gamma \cdot m_0 c^2 \Rightarrow \gamma = \frac{E_{min}}{m_0 c^2}$$

$$\gamma = \frac{0{,}45 \cdot 10^{12} \cdot 1{,}6022 \cdot 10^{-19}\,\text{J}}{1{,}67262 \cdot 10^{-27}\,\text{kg} \cdot (2{,}9979 \cdot 10^8\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2} = \underline{\underline{480}}$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{\gamma^2}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2}$$

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$$

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{480^2}} = \underline{\underline{0{,}9999956597\,c}} \approx c$$

$v = c$

b) $F_Z = F_L$ ges: B_{max}

$$\frac{mc^2}{r} = e \cdot c \cdot B \quad |:c$$

$$E = mc^2 = r \cdot e \cdot c \cdot B$$

$$B_{max} = \frac{E_{max}}{r \cdot e \cdot c}$$

$$B_{max} = \frac{4{,}00 \cdot 10^{12}\, \cancel{e}V}{\cancel{e} \cdot 4{,}24 \cdot 10^3\, m \cdot 2{,}9979 \cdot 10^8 \frac{m}{s}} = \underline{\underline{3{,}15\,T}}$$

c) Gesamtdauer: $t = 20\,min = 20 \cdot 60\,s = 1200\,s$

$v = c$

$$s = n \cdot 2\pi \cdot r = c \cdot t$$

$$n = \frac{c \cdot t}{2\pi \cdot r}$$

$$n = \frac{2{,}9979 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot 1200\,s}{2\pi \cdot 4{,}24 \cdot 10^3\, m} = \underline{\underline{1{,}35 \cdot 10^7}} \text{ (Umläufe)}$$

insgesamt zugeführt: $\Delta E = E_{max} - E_{min}$

$$\Delta E = 4{,}00\,TeV - 0{,}450\,TeV = 3{,}55\,TeV$$

pro Umlauf: $$\frac{\Delta E}{n} = \frac{3{,}55 \cdot 10^{12}\,eV}{1{,}35 \cdot 10^7} = \underline{\underline{263\,keV}}$$

$$E_S = \frac{q^2}{3\varepsilon_0 r} \cdot \left(\frac{E}{E_0}\right)^4$$

$$E = E_S = \frac{e^2}{3\varepsilon_0 r} \left(\frac{E_{max}}{m_0 c^2}\right)^4$$

$$E = \frac{(1{,}6022 \cdot 10^{-19}\,As)^2}{3 \cdot 8{,}8542 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} \cdot 4{,}24 \cdot 10^3\, m} \cdot \left(\frac{4 \cdot 10^{12} \cdot 1{,}6022 \cdot 10^{-19}\,As}{1{,}6726 \cdot 10^{-27}\,kg \left(2{,}9979 \cdot 10^8 \frac{m}{s}\right)^2}\right)^4$$

$$= 7{,}53 \cdot 10^{-17}\,J = 7{,}53 \cdot 10^{-17} \cdot 6{,}2415 \cdot 10^{18}\,eV = \underline{\underline{0{,}47\,keV}}$$

Das sind weniger als 0,2% der dazu gewonnenen Energie. Die Annahme war deshalb gerechtfertigt.

e) Ruheenergie des Elektrons: 511 keV
Ruheenergie des Protons: 938,27 MeV $\cdot 2000$

$2000^4 = 1{,}6 \cdot 10^{13}$

Die Synchrotonstrahlung war um den Faktor 10^{13} größer.

3) a) Der Strahl ist gelb, was sich aus der Addition roter und grüner Strahlen ergibt (Nebenmaxima) und aus dem gelben Hauptmaximum.

b) geg: $a = 1{,}80\,m$ ges: λ_r
$\lambda_g = 532\,nm$

$\Delta x_{gelb-rot} = (847 + 249)\,mm = 1096\,mm = 1{,}096\,m$

$\tan\alpha_r = \frac{\Delta x_{gelb\,rot}}{a}$

$\tan\alpha_r = \frac{1{,}096\,m}{1{,}80\,m} = 0{,}6089 \Rightarrow \alpha_r = 31{,}3°$

Der Winkel α_r ist zu groß für eine Kleinwinkelnäherung.

$\tan\alpha_g = \frac{0{,}847\,m}{1{,}80\,m} = 0{,}4706 \Rightarrow \alpha_g = 25{,}2°$

$$\left.\begin{array}{l} \sin\alpha_r = \frac{\lambda_r}{b} \\ \sin\alpha_g = \frac{\lambda_g}{b} \end{array}\right\} \frac{\sin\alpha_r}{\sin\alpha_g} = \frac{\lambda_r}{\lambda_g} \Rightarrow \lambda_r = \lambda_g \cdot \frac{\sin\alpha_r}{\sin\alpha_g}$$

$$\lambda_r = 532\,nm \cdot \frac{\sin 31{,}3°}{\sin 25{,}2°} = \underline{\underline{649\,nm}}$$