ABITUR 2018 – B2 – GEOMETRIE

$P_1(0|0|0)$, $A(3|0|2)$, $B(0|3|2)$

$P_2(5|10|0)$, $E(6|0|0)$, $F(0|6|0)$

$R(5|7|3)$, $T(2|10|3)$

a) $\vec{m}_{AB} = \frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b}) = \frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}3+0\\0+3\\2+2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1{,}5\\1{,}5\\2\end{pmatrix}$

$\vec{m}_{EF} = \frac{1}{2}(\vec{e}+\vec{f}) = \frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}6+0\\0+6\\0+0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\3\\0\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{M_{AB}M_{EF}} = \begin{pmatrix}3-1{,}5\\3-1{,}5\\0-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1{,}5\\1{,}5\\-2\end{pmatrix}$

$|M_{AB}M_{EF}| = \sqrt{1{,}5^2+1{,}5^2+(-2)^2} = \sqrt{8{,}5} \approx \underline{2{,}92}$

$1{,}2\cdot|M_{AB}M_{EF}| = \underline{\underline{3{,}50}}$

Die Seillänge beträgt 3,5 m.

b) ges: L (ABEF)

$\overrightarrow{AE} = \begin{pmatrix}6-3\\0-0\\0-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\0\\-2\end{pmatrix}$ $\quad\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}0-3\\3-0\\2-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3\\3\\0\end{pmatrix} = 3\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$

$L: \vec{x} = \begin{pmatrix}3\\0\\2\end{pmatrix} + \lambda\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix} + \mu\begin{pmatrix}3\\0\\-2\end{pmatrix}$

$\vec{n}' = \begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}3\\0\\-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2\\-2\\-3\end{pmatrix}$, $\quad\vec{n} = \begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix}$

$\vec{n}\circ(\vec{x}-\vec{a}) = 0$

$\begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}x_1-3\\x_2-0\\x_3-2\end{pmatrix} = 0$

$2x_1+2x_2+3x_3-6-6=0$

$\underline{2x_1+2x_2+3x_3-12=0}$

c) $\vec{AB} = \begin{pmatrix}-3\\3\\0\end{pmatrix}$; $\vec{EF} = \begin{pmatrix}0-6\\6-0\\0-0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-6\\6\\0\end{pmatrix}$

Da $\vec{EF} = +2\cdot\vec{AB}$ sind $\vec{EF}$ und $\vec{AB}$ parallel.
Das Viereck AEFB ist also ein Trapez.

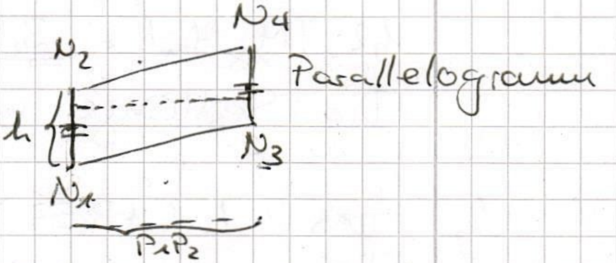
d) Winkel zwischen L(AEFB) und x_1x_2-Ebene
über die Normalenvektoren.

$\vec{n}_L = \begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix}$, $\vec{n}_{x_1x_2} = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$

$$\cos\alpha = \frac{\begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix}\right|\cdot 1} = \frac{3}{\sqrt{4+4+9}} = \frac{3}{\sqrt{17}}$$

$\underline{\underline{\alpha \approx 43{,}3^\circ}}$

e) $N_1(0|0|2)$
$N_2(0|0|3{,}8)$ $\Big\}$ $h = 1{,}8$



$N_1N_2 \parallel N_3N_4$
und $|N_1N_2| = |N_3N_4|$ $\Big\}$ $\Rightarrow$ ▱ $N_1N_2N_3N_4$ ist ein Parallelogramm

$$|\vec{P_1P_2}| = \left|\begin{matrix}5-0\\10-0\\0-0\end{matrix}\right| = \sqrt{5^2+10^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5} \approx 11{,}2$$

$A_▱ = 1{,}8\cdot 5\sqrt{5} = 9\sqrt{5} \approx \underline{20{,}1}$

Das Netz hat eine Fläche von ca. $20{,}1\,m^2$.

f) $N_3(5|10|h)$, $h > 3$ ges: h

$g: \vec{x} = \begin{pmatrix}0\\0\\2\end{pmatrix} + \lambda\begin{pmatrix}5\\10\\h-2\end{pmatrix}$, $\lambda\in\mathbb{R}$

$RT: \vec{x} = \begin{pmatrix}5\\7\\3\end{pmatrix} + \mu\cdot\begin{pmatrix}2-5\\10-7\\3-3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\7\\3\end{pmatrix} + \mu\cdot\begin{pmatrix}-3\\3\\0\end{pmatrix}$

$RT \cap g$: I; $5\lambda = 5 - 3\mu$
II; $10\lambda = 7 + 3\mu$
III; $2 + (h-2)\cdot\lambda = 3$

Abi 2018 – B2 – GEO – FS

Da sich die Geraden schneiden, muss es eine eindeutige Lösung des GLS geben.

I', $\lambda = 1 - \frac{3}{5}\mu$

in II, $10 \cdot (1 - \frac{3}{5})\mu = 7 + 3\mu$

$10 - 6\mu = 7 + 3\mu \quad | +6\mu - 7$

$3 = 9\mu \quad | :9$

$\mu = \frac{1}{3}$

in I', $\lambda = 1 - \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

in III, $2 + (h-2) \cdot \frac{4}{5} = 3 \quad | -1$

$\frac{4}{5}h - \frac{8}{5} = 1$

$\frac{4}{5}h = \frac{13}{5} \quad | \cdot \frac{5}{4}$

$h = \frac{13}{4} = \underline{3{,}25}$

Der Abstand beträgt $3{,}25\,m - 3\,m = \underline{\underline{0{,}25\,m}}$.