Abitur 2018 - B1 - GEOMETRIE

$K_1(0|4|0)$, $K_2(0|0|0)$, $K_3(3|0|0)$,
$K_4(3|4|0)$
$S_1(0|6|2{,}5)$, $S_2(0|0|3)$, $S_3(6|0|2{,}5)$

a) $E: 0 = \vec{n} \circ (\vec{x} - \vec{S_2})$

$$\overrightarrow{S_2S_1} = \begin{pmatrix} 0-0 \\ 6-0 \\ 2{,}5-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -0{,}5 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{S_2S_3} = \begin{pmatrix} 6-0 \\ 0-0 \\ 2{,}5-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -0{,}5 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{S_2S_1} \times \overrightarrow{S_2S_3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -0{,}5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -0{,}5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3-0 \\ 0-3 \\ 0-36 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ -36 \end{pmatrix} = -3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$E: 0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 12 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} x_1-0 \\ x_2-0 \\ x_3-3 \end{pmatrix} = \underline{\underline{x_1 + x_2 + 12x_3 - 36 = 0}}$$

b) $F = \frac{1}{2} \cdot |\overrightarrow{S_2S_1} \times \overrightarrow{S_2S_3}|$

$$F = \frac{1}{2} \cdot \left| -3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 12 \end{pmatrix} \right| = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + 12^2}$$
$$= 1{,}5 \cdot \sqrt{146} = \underline{18{,}12 < 20}$$

Die zusätzliche Sicherung ist nicht nötig.

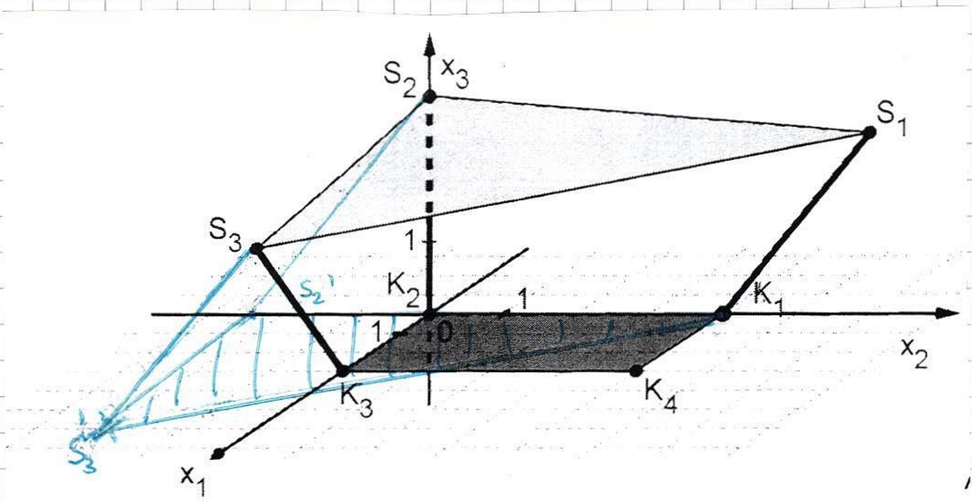
c) z.z. S_2' liegt auf der x_2-Achse

S_1 und K_1 liegen in der x_2x_3-Ebene.
Deshalb ist auch der Verbindungsvektor $\overrightarrow{S_1S_2}$ parallel zur x_2x_3-Ebene.
Auch S_2 liegt in der x_2x_3-Ebene und wegen $\overrightarrow{S_1S_2} \parallel x_2x_3$-Ebene bleibt auch S_2' in der x_2x_3-Ebene.

Da die x_3-Koordinate von S_2 durch die Projektion 0 wird, liegt S_2' auf der x_2-Achse.

d) siehe Zeichnung

Der Schatten deckt mehr als die Hälfte des Sandkastens ab.



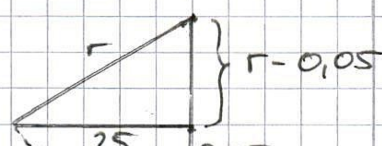
e) $\cos\varphi = \frac{\overrightarrow{S_2S_1} \circ \overrightarrow{K_2K_1}}{|\overrightarrow{S_2S_1}| \cdot |\overrightarrow{K_2K_1}|} = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -0,5 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}}{\sqrt{6^2+0,5^2} \cdot 4} = \frac{6}{\sqrt{36,25}} \approx 0,9965$

$\underline{\underline{\varphi \approx 4,76^\circ}} < 8^\circ$

Das Abfließen des Regenwassers ist nicht sicher gestellt.

f) $d = 50\,cm = 0,5\,m$

$t = 5\,cm = 0,05\,m$



$V = \frac{1}{3}\pi h^2 (3r - h)$

$V = \frac{1}{3}\pi \cdot 0,05^2 \cdot (3 \cdot 0,65 - 0,05) = \underline{\underline{4,97 \cdot 10^{-3}}} [m^3]$

NR: $r^2 = (r - 0,05)^2 + 0,25^2$

$\cancel{r^2} = \cancel{r^2} - 2r \cdot 0,05 + 0,05^2 + 0,25^2$

$r = 0,065 : 0,1 = 0,65$

In der Wassertasche befinden sich 4,97 l