Nullstellen von g:

$$g(x) = 0{,}4\,t \cdot (2t^2 - 39t + 180) = 0$$

$$t_1 = 0$$

$$t_{2/3} = \frac{39 \pm \sqrt{39^2 - 4 \cdot 2 \cdot 180}}{4} = \frac{39 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{39 \pm 9}{4}$$

$$t_2 = \frac{48}{4} = 12$$

$$t_3 = \frac{30}{4} = 7{,}5$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{3 einfache Nst mit VZW} \\ \lim\limits_{x \to \infty} g(x) = \infty \end{array}\right\} \Rightarrow g(x) > 0 \text{ in }]12; \infty[$$

$\Rightarrow g(x) < 0$ in $]7{,}5; 12[$

$\Rightarrow g(x) > 0$ in $]0; 7{,}5[$ q.e.d.

e) $\int_a^b g(t)\,dt$

Da g(t) die momentane Änderungsrate des Volumens pro Stunde angibt, gibt die Stammfunktion von g das Volumen zu einem bestimmten Zeitpunkt an. Da $\int_a^b g(t)\,dt = G(b) - G(a)$ bestimmt der Wert des Integrals, um wie viele m^3 das Volumen vom Zeitpunkt a bis zum Zeitpunkt b zugenommen hat.

$G(0) = 150\,m^3$; $b = 7{,}5\,h$

$$\int_0^{7{,}5} 0{,}4(2t^3 - 39t^2 + 180t)\,dt = 0{,}4 \cdot \left[\frac{2}{4}t^4 - \frac{39}{3}t^3 + \frac{180}{2}t^2\right]_0^{7{,}5}$$

$$= 0{,}4 \cdot \left[\frac{1}{2}t^4 - 13t^3 + 90t^2\right]_0^{7{,}5} = \left[0{,}2t^4 - 5{,}2t^3 + 36t^2\right]_0^{7{,}5} \approx 464\,m^3$$

In den ersten 7,5 h nimmt das Wasser um $464\,m^3$ zu. Es sind deshalb $464\,m^3 + 150\,m^3 = 614\,m^3$ drin. Dies ist das max. Volumen, da g(t) für $7{,}5 < t < 12$ → negativ ist, G(t) folglich wieder abnimmt.

Abitur 2017 – B1 – ANALYSIS

Aufgabe 1

$h: x \mapsto 3x(-1+\ln x)$, $D_h = \mathbb{R}^+$

a) $P(e|0)$

$m_t = h'(e) = \tan\alpha$

$h'(x) = 3\left[1(-1+\ln x) + x\cdot\frac{1}{x}\right] = 3(-1+\ln x+1) = 3\cdot\ln x$

$m_t = 3$

$t: y = 3x + t$

$P \in t: 0 = 3e + t \Rightarrow t = -3e$

$\underline{t: y = 3x - 3e}$

$\tan\alpha = 3 \Rightarrow \alpha = \underline{\underline{71{,}57°}}$

b) Monotonieverhalten:

$h'(x) = 0$ für $x = 1$

x		1	
$h'(x)$	<0	0	>0
G_h	fällt	TP	steigt

h ist in $]0;1[$ streng monoton fallend und in $]1;\infty[$ streng monoton steigend. Sie besitzt in $\underline{(1|-3)}$ einen <u>Tiefpunkt</u>.

$h(1) = 3\cdot(-1) = -3$

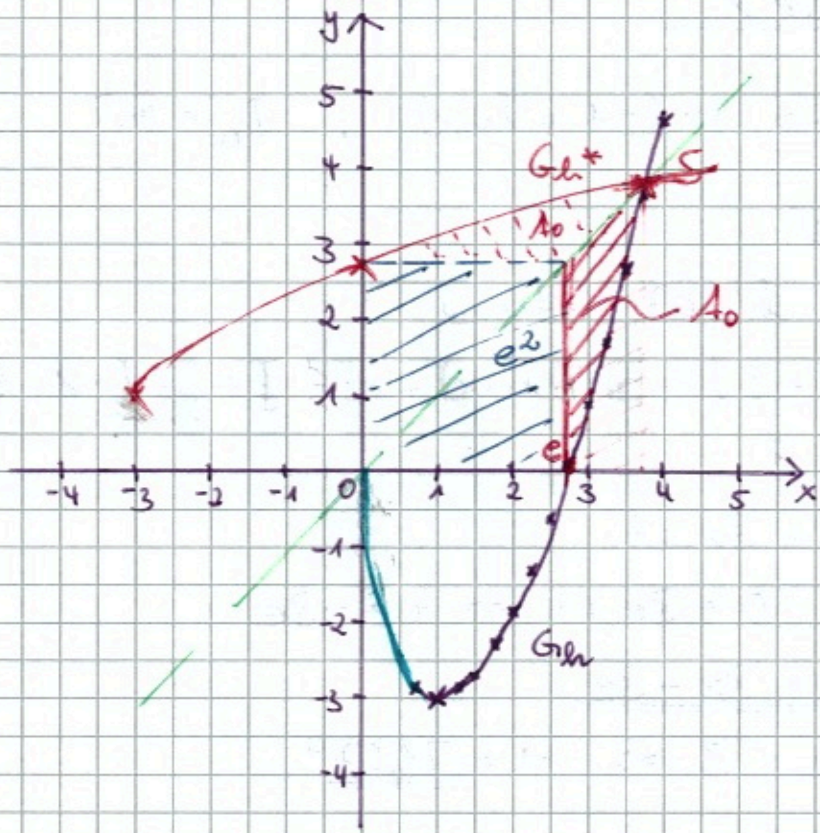
$$\lim_{x\to\infty} h(x) = \lim_{x\to\infty} \underbrace{3x}_{\infty}\underbrace{(-1+\ln x)}_{\infty} = \underline{\underline{\infty}}$$

$W = [-3;\infty[$ ist aufgrund des Monotonieverhaltens und der Koordinaten $(1|\underline{-3})$ des Tiefpunkts die Wertemenge.

c) $$\lim_{x\to 0} h(x) = \lim_{x\to 0}(\underbrace{-3x}_{0} + \underbrace{3x\ln x}_{0}) = \underline{\underline{0}}$$

$$\lim_{x \to 0} h'(x) = \lim_{x \to 0} 3 \ln x = -\infty$$

e)



$h^* : x \mapsto h(x)$, $D_{h^*} = [1; +\infty[$ umkehrbar

$W_{h^*} = [-3; \infty[$

d) h^{*-1}

$W_{h^{*-1}} = D_{h^*} = [1; +\infty[$

$D_{h^{*-1}} = W_{h^*} = [-3; \infty[$

S Schnittpunkt von h^* mit $y = x$

$x = 3x(-1 + \ln x)$

$x = -3x + 3x \ln x \quad | +3x$

$4x = 3x \ln x \quad | :3x \quad (x \neq 0)$

$\frac{4}{3} = \ln x \quad | \; e^{\square}$

$\underline{\underline{x = e^{\frac{4}{3}}}} \approx 3{,}8$

f) $\int_e^{x_S} (x - h^*(x))\,dx = A_0$

$\underline{\underline{A = e^2 + 2A_0}}$

Abi 2017 – B1 – ANA

<u>Aufgabe 2</u>

$V: t \mapsto V(t) \quad ; \quad [0;16]$

a) $V(5) = \underline{\underline{490\,m^3}}$

mindestens $450\,m^3$ im Zeitraum zwischen

<u>1,4 h und 5,5 h</u>

b) $t = 2h$

Die momentane Änderungsrate ist die Steigung des Graphen an der Stelle $t = 2h$.

Skizze

Tangente und Steigungsdreieck zeichnen
→ Steigung $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ ablesen

aus dem Graphen: $m_t = 90\,\frac{m^3}{h}$

c) $t \in [0;10]$

$V(t+6) = V(t) - 350$ bedeutet, dass das Volumen 6 Stunden später um $350\,m^3$ weniger beträgt als zum Zeitpunkt t.

Überprüfen von $t=5$: $V(5) = 490\,m^3$

$V(5+6) = V(11) \approx 200\,m^3$

$V(11) > 490\,m^3 - 350\,m^3 = 140\,m^3$

Die Beziehung ist nicht erfüllt.

d) $g: t \mapsto 0{,}4 \cdot (2t^3 - 39t^2 + 180t) \quad , \quad 0 \leq t \leq 12$

momentane Änderungsrate