Abitur 2016 – A1 – ANALYSIS

Aufgabe 1

$f: x \mapsto \sqrt{1-\ln x}$

a) ges: $\mathbb{D}$

$1-\ln x \geq 0 \quad | +\ln x$

$\ln x \leq 1 \quad | e^{\square}$

$x \leq e \qquad \underline{\underline{D =]-\infty; e]}}$

b) $f(x) = 2$

$\sqrt{1-\ln x} = 2 \quad |^2$

$1-\ln x = 4 \quad | -1, \cdot(-1)$

$\ln x = -3 \quad | e^{\square}$

$\underline{\underline{x = e^{-3}}}$

Aufgabe 2

$g: x \mapsto x^2 \cdot \sin x$

zu zeigen: G_g punktsymmetrisch, also $g(-x) = g(x)$

$g(-x) = (-x)^2 \cdot \sin(-x) = x^2 \cdot \sin(-x) = -x^2 \sin x = g(x)$

q.e.d.

$\int_{-\pi}^{\pi} x^2 \sin x \, dx = \underline{\underline{0}}$

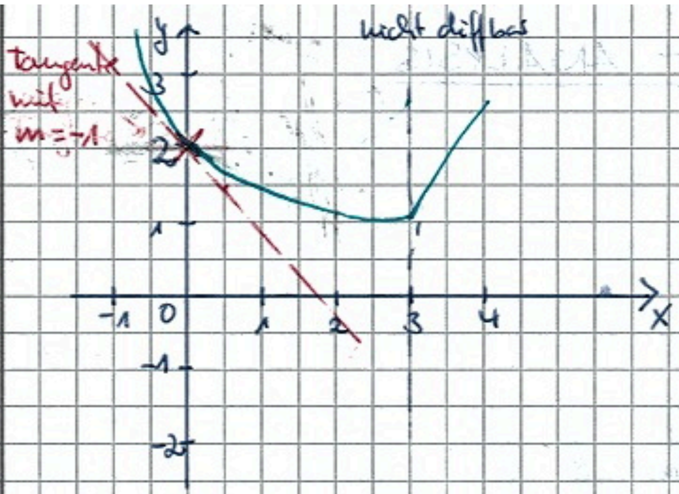
Aufgabe 3

$-1 \leq x \leq 4$

bei $x = 3$ nicht differenzierbar

$f(0) = 2$, $f'(0) = -1$

für $-1 < x < 3$ linksgekrümmt



Aufgabe 4

$f: x \mapsto a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$,
Hochpunkt bei $x=1$, Tiefpunkt bei $x=4$

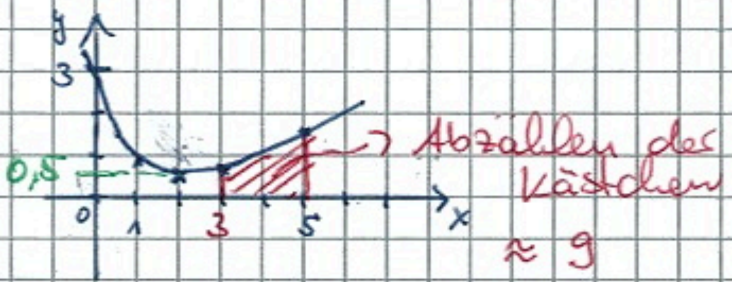
a) Die Ableitungsfunktion ist eine Funktion 2. Grades und ihr Graph eine Parabel.
G_f hat an den Stellen $x=1$ und $x=4$ jeweils eine waagrechte Tangente, deshalb ist $f'(x)$ an diesen Stellen 0.
Also gilt: $f'(x) = a\cdot(x-1)(x-4)$
$(1|0)$ und $(4|0)$ sind demnach Schnittpunkte von $G_{f'}$ mit der x-Achse.
Die Parabel ist nach oben geöffnet, weil G_f bei $x=1$ einen Hochpunkt hat
($f'>0$ im Intervall $]-\infty;1[$ und $f'<0$ im Intervall $]1;4[$) und bei $x=4$ einen Tiefpunkt hat ($f'>0$ im Intervall $]4;\infty[$)

b) zu zeigen: Wendepunkt bei $x=2{,}5$
$f'(x) = a\cdot(x^2-x-4x+4) = a\cdot(x^2-5x+4)$
$f''(x) = a\cdot(2x-5)$
$f''(x)=0 \iff 2x-5=0 \iff \underline{x=2{,}5}$ / Nullstelle von f'' mit Vorzeichenwechsel

Abitur 2016 – A1 – ANA – FS

Aufgabe 5

a) $\int_3^5 f(x)\,dx$



$$\approx \frac{9}{4} \text{ [FE]}$$

$F(3) = 0$

b) ges: $F(2)$

$F'(2) = f(2) \approx 0{,}5$

c) $F(b) = \int_3^b f(x)\,dx$ ← zu zeigen

$$\int_3^b f(x)\,dx = F(b) - \underbrace{F(3)}_{=0} = F(b)$$ q.e.d.