Abitur 2015 – A1 – ANALYSIS

Aufgabe 1

$f: x \mapsto (x^3 - 8)\cdot(2 + \ln x)$

a) $D_f = \mathbb{R}^+$

b) $f(x) = 0$

$x^3 - 8 = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = 2}}$ ✓

$2 + \ln x = 0 \Leftrightarrow \ln x = -2 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_2 = e^{-2} = \frac{1}{e^2}}}$

Aufgabe 2

$f(x) = x^2 - x + 1$

$g(x) = x^3 - x + 1$

$h(x) = x^4 + x^2 + 1$

a) Abb 1 stellt $g(x)$ dar.

G_f wäre eine Parabel

$\lim\limits_{x \to -\infty} h(x) = +\infty$ und nicht $-\infty$ wie in Abb 1

b) $\int_0^1 h'(x)\,dx = [h(x)]_0^1 = [x^4 + x^2 + 1]_0^1 = 3 - 1 = \underline{\underline{2}}$

Aufgabe 3

a) $f: x \mapsto \sin(ax)$, Nullstelle in $x = \frac{\pi}{6}$

$y = \sin x$ hat eine Nullstelle in $x = \pi$.

Also hat $\sin(ax)$ für $\underline{a = 6}$ eine Nullstelle in $\frac{\pi}{6}$

b) $g: x \mapsto \sqrt{x^2 - b}$, $D_f = \mathbb{R} \setminus]-2;2[$

$\underline{\underline{b = 4}}$, denn $\sqrt{x^2-4}$ ist für $x^2 - 4 < 0$ nicht def.

und $x^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow x^2 < 4 \Leftrightarrow -2 < x < 2$

c) $h: x \mapsto 4-e^x$, $\underline{\underline{W =]-\infty; 4[}}$, weil

$$\lim_{x\to-\infty}(4-e^x) = 4 - \underbrace{\lim_{x\to-\infty} e^x}_{0} = 4$$

$$\lim_{x\to+\infty}(4-e^x) = 4 - \underbrace{\lim_{x\to+\infty} e^x}_{\infty} = 4 - \text{"}\infty\text{"} = -\infty$$

$h'(x) = -e^x < 0$ für alle $x \in D_f$

Die Funktion h ist streng monoton fallend und stetig und nimmt deshalb alle Werte von $-\infty$ bis 4 an.

Aufgabe 4

Iterationsformel: $x_{n+1} = x_n - \dfrac{f(x_0)}{f'(x_0)}$

Ist x_0 die x-Koordinate eines Hoch- oder Tiefpunkts, so ist $f'(x_0)=0$ und der Nenner des Bruchs würde 0 werden.

Aufgabe 5

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

a) $f'(x) = 3x^2 - 12x + 11$

$f''(x) = 6x - 12$

$f''(x) = 0 \iff 6x - 12 = 0 \;|:6 \iff x - 2 = 0 \iff x = 2$

$f'''(x) = 6 \neq 0$

$f(2) = 2^3 - 6\cdot 4 + 22 - 6 = 0$ $\qquad \underline{W(2|0)}$

$g: y = x-2;$ $\quad 0 = 2-2. \Rightarrow W \in g$

b) $(2|0) \to (3|2)$

$h(x) = (x-1)^3 - 6(x-1)^2 + 11(x-1) \underbrace{-6+2}_{-4}$