Abitur 2014 – B1 – ANALYSIS

$f: x \mapsto 2 - \sqrt{12 - 2x} \quad , \quad D_f =]-\infty; 6]$

Aufgabe 1

a) $f(0) = 2 - \sqrt{12} = 2 - 2\sqrt{3} \quad ; \quad \underline{\underline{P(0 \mid 2 - \overset{\approx -1{,}46}{2\sqrt{3}})}}$

$f(x) = 0 \quad ; \quad 2 - \sqrt{12 - 2x} = 0$

$\sqrt{12 - 2x} = 2$

$12 - 2x = 4$

$2x = 8$

$x = 4 \qquad ; \quad \underline{\underline{N(4 \mid 0)}}$

$$\lim_{x \to -\infty} \underbrace{\left(2 - \underbrace{\sqrt{12 - 2x}}_{\to \infty}\right)}_{\to -\infty} = \underline{\underline{-\infty}}$$

$f(6) = 2 - 0 = \underline{\underline{2}} \qquad (6 \mid 2)$

b) $f'(x) = -\dfrac{\cdot(-2)}{2 \cdot \sqrt{12 - 2x}} = \underline{\underline{\dfrac{1}{\sqrt{12 - 2x}}}}$

$D_{f'} = D_f \setminus \{6\} = \underline{\underline{]-\infty; 6[}}$

$$\lim_{x \to 6} \frac{1}{\underbrace{\sqrt{12 - 2x}}_{\text{Nenner} \to 0}} = \underline{\underline{+\infty}}$$

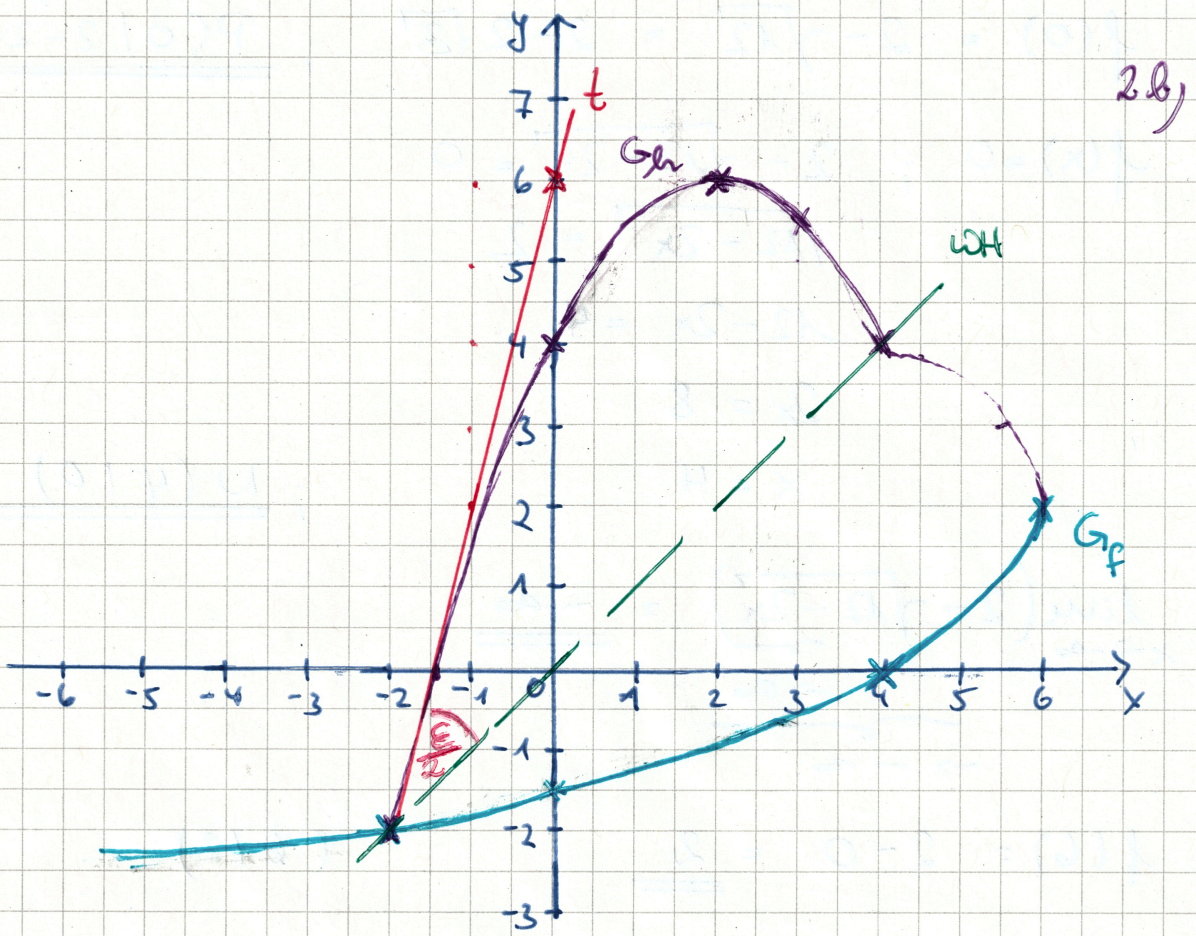
Für $x \to 6$ wird die Steigung sehr sehr groß.

c) Da $\sqrt{12 - 2x} > 0$ für alle $x \in D_{f'}$, ist auch $f'(x) > 0$ für alle $x \in D_{f'}$.
G_f <u>steigt</u> deshalb streng monoton.

Da $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ und $f(6) = 2$,

ist die Wertemenge $\underline{\underline{W =]-\infty; 2]}}$.

d) $f(-2) = 2 - \sqrt{12 + 4} = \underline{\underline{-2}}$ $(-2 \mid -2)$



e) $D_{f^{-1}} = W_f = \underline{\underline{]-\infty; 2[}}$

$y = 2 - \sqrt{12 - 2x}$

$\sqrt{12 - 2x} = 2 - y \quad |^2$

$12 - 2x = (2 - y)^2$

$12 - (4 - 4y + y^2) = 2x$

$8 + 4y - y^2 = 2x \quad | :2$

$x = -\frac{1}{2}y^2 + 2y + 4$

$x \leftrightarrow y$: $\underline{\underline{y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4}}$

$h: x \mapsto -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$

Aufgabe 2

a) WH $y = x$

$$y = x = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4 \quad | -x$$
$$0 = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4 \quad | \cdot(-2)$$
$$0 = x^2 - 2x - 8$$

$$x_{1|2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+32}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2} \quad ; \quad x_1 = 4 \; ; \; x_2 = -2$$

$$h(4) = -\frac{1}{2}\cdot 16 + 8 + 4 = 4 \qquad \underline{\underline{S_1(4|4)}}$$
$$h(-2) = -\frac{1}{2}\cdot 4 - 4 + 4 = -2 \qquad \underline{\underline{S_2(-2|-2)}}$$

Aufgabe 3

a) $$A_{1/2} = \int_{-2}^{4} (h(x) - x)\,dx$$
$$= \int_{-2}^{4} \left(-\frac{1}{2}x^2 + x + 4\right)dx$$
$$= \left[-\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x\right]_{-2}^{4}$$
$$= -\frac{1}{6}\cdot 64 + 8 + 16 - \frac{8}{6} - 2 + 8$$
$$= -\frac{72}{6} + 30 = -12 + 30 = 18$$

$A_{ges} = 2 \cdot 18 = \underline{\underline{36}}$ Flächeninhalt des Blattes: $36\ cm^2$.

b) Tangente in $S_2(-2|-2)$: $y = mx + t$

$h'(x) = -x + 2 \quad ; \quad h'(-2) = m = 4$

$-2 = 4 \cdot (-2) + t \quad | +8$

$6 = t$

$t: \; y = 4x + 6$

Winkel zwischen Tangente und x-Achse:

$\tan \alpha = 4 \Rightarrow \alpha \approx 75{,}96°$

Winkel zwischen WH und x-Achse: 45°

$\Rightarrow \frac{\varepsilon}{2} = 75{,}96° - 45° = 30{,}96°$

$\Rightarrow \varepsilon = 2 \cdot 30{,}96° = \underline{\underline{61{,}92°}}$

c) $k(0) = h(0) = 4$

$k'(0) = h'(0) = 2$

$k(-2) = h(-2) = -2$

$k'(-2) = 1{,}5$

Die Bedingungen I und II stellen sicher, dass die Graphen nahtlos ineinander übergehen.

Bedingung III sichert die Blattspitze.

Bedingung IV bedeutet einen kleineren Winkel an der Blattspitze im Vergleich zu vorher.