# Abitur 2012 – Analysis II – Teil 1

## Aufgabe 1

$$f: x \mapsto \frac{2x+3}{x^2+4x+3}$$

Definitionsmenge:

$x^2+4x+3 = (x+1)\cdot(x+3)$ ; $D = \mathbb{R} \setminus \{-3; -1\}$

Nullstelle:

$2x+3=0 \Rightarrow x = -1{,}5$

## Aufgabe 2

$g: x \mapsto x \cdot e^{-2x}$ , $D_g = \mathbb{R}$

a) waagrechte Tangente:

$g'(x) = 1 \cdot e^{-2x} + x \cdot (-2) \cdot e^{-2x} = (1-2x) \cdot e^{-2x}$

$g'(x) = 0$ für $x = 0{,}5$

$g(0{,}5) = 0{,}5 \cdot e^{-2 \cdot 0{,}5} = \frac{0{,}5}{e} \approx 0{,}18$ $\quad T(0{,}5 / \frac{1}{2e})$

b) $\lim\limits_{x \to \infty} e^x = \infty$ und $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{+x} = 0$

$\lim\limits_{x \to -\infty} \underset{\downarrow\ -\infty}{x} \cdot \underset{\downarrow\ +\infty}{e^{-2x}} = -\infty$

$\lim\limits_{x \to \infty} \frac{x}{e^{2x}} = 0$

## Aufgabe 3

$h: x \mapsto -\ln x + 3$ ; $D_h = \mathbb{R}^+$

a) $x \mapsto \ln x$ wird zuerst an der x-Achse gespiegelt und dann um 3 nach oben verschoben.

b) $P(1 \mid h(1))$

$h(1) = -\ln 1 + 3 = 0 + 3 = 3$ ; $P(1 \mid 3)$

Tangente t: $y = mx + t$

$m = h'(1)$

$h'(x) = -\frac{1}{x}$ ; $m = -1$ ; $y = -x + t$

$P \in t$ : $3 = -1 + t$ ; $t = 4$

$t: x \mapsto -x + 4$

<u>Aufgabe 4</u>

a) Für jede Integralfunktion $\int_a^x f(t)\,dt$ ist die untere Grenze Nullstelle, da $\int_a^a f(t)\,dt = 0$.

b) $F(x) = \int_{-1}^{x} f(t)\,dt$ ; $D_f = \mathbb{R}$

Wenn F(x) zwei Nullstellen haben soll, kann es eine Quadratfunktion sein, z.B. nach oben geöffnet mit Scheitel unterhalb der x-Achse.

f(t) müsste dann linear sein, z.B. $f(t) = t$

$F(x) = \int_{-1}^{x} t\,dt = \left[\frac{1}{2}t^2\right]_{-1}^{x} = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$

Nullstellen von F:

$\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} = 0 \quad | \cdot 2$

$x^2 - 1 = 0$

$(x-1)\cdot(x+1) = 0$

$x_1 = 1$ und $x_2 = -1$